

文章编号:1000-8055(2013)07-1637-07

基于承载传动误差幅值最小的斜齿轮齿面 修形优化设计

蒋进科, 方宗德, 苏进展
(西北工业大学 机电学院, 西安 710072)

摘 要: 为了减小振动与噪声,提出了以承载传动误差幅值最小为优化目标的修形齿面设计方法:通过两段曲线与一段直线分别设计齿廓、齿向、三维修形(齿廓与齿向修形的叠加)修形曲线,通过三次 B 样条拟合了相应的修形曲面,与理论齿面叠加构造了斜齿轮修形齿面,推导了其法矢,将斜齿轮修形技术与承载接触分析技术结合起来,采用遗传算法对修形曲线参数进行优化,编制了一套齿面修形优化分析程序,能对修形后的斜齿轮副进行齿面接触分析(TCA)、承载接触分析(LTCA)。结果表明:无修形齿轮副的传动误差幅值随载荷增加而增大,修形后随载荷的增加重合度逐渐增大,幅值会产生波动,然后保持稳定,为斜齿轮修形齿面优化设计提供了新的方法。

关 键 词: 承载传动误差; 斜齿轮; 修形曲面; 优化; 承载接触分析

中图分类号: V219; TH132

文献标志码: A

Optimal design of modified helical gear tooth surfaces based on minimum amplitude of loaded transmission error

JIANG Jin-ke, FANG Zong-de, SU Jin-zhan

(School of Mechanical Engineering,
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: An approach based on the minimum amplitude of loaded transmission error of drive gears was proposed to reduce vibration and noise. The modified tooth surfaces were represented by a sum of two vector functions that determine the theoretical tooth surface and deviation surface fitted by triple B splines based on tooth surface mesh data from the curves created by double parabolas and a straight line, including: profiled, longitudinal and both profiled and longitudinal curves; and normal vector of the deviation surface was deduced. Besides, LTCA was applied to the modification technology, and genetic algorithm was used to optimize the parameter of curve, and draw up a set of calculation procedures simulating TCA and LTCA of the modified helical gears. The results show that the loaded transmission error represents a linear increase in amplitude with the increasing load on theoretical tooth gears, however, its amplitude come into fluctuations and finally tends to be stable due to increasing contact ratio with the increasing load on modified gears, thus providing a new method for optimal design of modified helical gear tooth surfaces.

Key words: loaded transmission error; helical gear; deviation surface; optimization;
loaded tooth contact analysis (LTCA)

收稿日期:2012-07-09

网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20130711.1810.201307.1637_029.html

基金项目:国家自然科学基金(51175423)

作者简介:蒋进科(1981—),男,陕西杨凌人,博士生,主要从事机械传动、齿面设计与分析方面研究。

斜齿圆柱齿轮是应用最广泛的一种齿轮传动类型,传统的斜齿轮齿面是渐开线螺旋面,这种标准齿面是线接触齿面,在实际应用中缺乏容错能力,易产生振动和破坏.航空航海等重要应用场合的圆柱齿轮,对降低振动、减小噪声有严格的要求,由振动引起疲劳断裂严重危及了飞机的飞行安全,船舶噪声关系到行船的安全.齿轮修形技术是减小齿轮振动和噪声的有效途径^[1-2]. Litvin 等完善了齿面接触分析(TCA)技术,使之能够应用于不同的齿轮啮合,提出了齿轮的修形方法^[3-6]. 方宗德教授应用 Litvin 的齿轮啮合理论,推导了修形斜齿轮齿面接触分析、边缘接触分析和承载接触分析(LTCA),提供了斜齿轮在修形和误差条件下,相应于不同传递载荷的齿面载荷分布和传动误差,为进一步地分析强度和振动创造了条件^[7-10]. 赵宁、唐增宝等^[11-12]建立了齿轮动态分析的数学模型,以齿轮动态性能最优为目标,确定了最佳修形参数. 齿轮修形的研究内容非常丰富,虽然在修形作用机理和修形参数选取原则方面已经达成共识,但大多数以静力学状态下的齿轮传动为假设前提,少数研究考虑了动态条件,并结合实践提出了多种修形理论和方法,在准静态载荷下获得较好的减振效果;然而,这些研究中均存在有相同的问题,即未能提供不同误差条件或修形状态下的精确的齿面几何状况,不能满足高可靠性要求的重要齿轮设计,例如,航空航海等重要应用场合的圆柱齿轮,精度高达 3 级,对啮合性能的要求极高,修形齿面设计很复杂,必须要建立包括修形和误差的准确齿面模型,并进行啮合性能的仿真和分析. 齿轮承载后的传动误差变化是工作过程中振动的直接激励,是产生振动、噪声的重要因素^[13]. 因此,将齿轮修形技术与 LTCA 技术结合起来,建立承载传动误差幅值最小的修形齿面优化设计模型具有重要意义.

作者用修形曲面与理论齿面叠加构造修形齿面,以一对斜齿轮副,大轮为理论齿面(无修形),小轮采用不同的修形曲面与理论齿面叠加分别构造齿廓、齿向和三维修形齿面,以承载传动误差最小为优化目标函数,采用遗传算法进行优化,设计了最佳修形齿面.

1 斜齿轮修形齿面的构造

1.1 修形曲面设计

斜齿轮修形集中在齿顶、齿根和端面,单独的齿廓、齿向修形为二维修形,可通过如图 1 所示:

齿廓 4 个参数,齿向 3 个参数分别确定修形曲线,三维修形看作是齿廓和齿向修形的叠加,确定修形曲线共需 7 个参数. 为了便于测量和确定修形曲面,修形曲线通常用旋转投影面数据表示,其与理论齿面关系

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \\ y &= R_z \end{aligned} \quad (1)$$

式中 R_x, R_y, R_z 为理论齿面位矢坐标分量.

将旋转投影面分别沿齿高、齿长方向均匀划分为 $m \times n$ 个网格点阵,通过修形曲线计算网格节点上的修形量 $\delta'_{ij}(x, y), i=1, \dots, m, j=1, \dots, n$,再通过 3 次 B 样条对齿面网格节点数据拟合得到光滑的修形曲面, B 样条曲面由多片曲面片光滑连接而成,为隐式表达式,曲面自由度较高,可以拟合复杂曲面,样条曲面拟合算法见文献[14]. 齿廓、齿向修形时,修形曲面均为柱面;三维修形时,修形曲面为复杂曲面.

图 1 中 y_1, y_3 为两端最大修形量; y_2 为不修形区长度(齿向修形); y_3, y_4 为修形长度(齿廓修形), H, L 旋转投影面上的齿高、齿长.

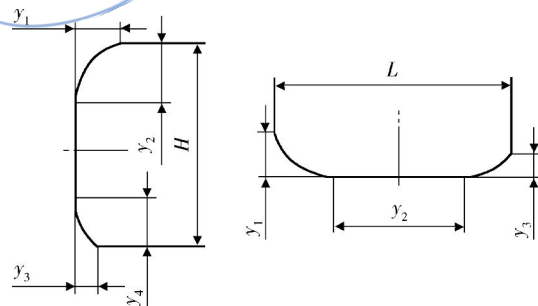


图 1 齿廓(左)、齿向(右)修形曲线

Fig. 1 Curves of profiled (left) and longitudinal (right) modification

1.2 修形齿面表达

修形齿轮的齿面不同于理论齿面,磨合后为光滑齿面,直接将采样的三坐标数据通过 NURBS(non-uniform rational B-splines)拟合修形齿面,往往很难达到小于 $1\mu\text{m}$ 的精度要求,而且这种数字化齿面进行 TCA 分析时,计算过程中迭代太多,计算效率较低,为此本文采用理论齿面与修形曲面叠加构造修形齿面,其法矢和位矢表示如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\text{tr}}(u_1, l_1) &= \\ \delta(u_1, l_1) \mathbf{n}_1(u_1, l_1) + \mathbf{R}_1(u_1, l_1) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\mathbf{n}_{lr} = \left\{ \frac{\partial \mathbf{R}_l}{\partial u_l} + \frac{\partial \delta}{\partial u_l} \mathbf{n}_l + \frac{\partial \mathbf{n}_l(u_l, l_l)}{\partial u_l} \delta \right\} \times \left\{ \frac{\partial \mathbf{R}_l}{\partial l_l} + \frac{\partial \delta}{\partial l_l} \mathbf{n}_l + \frac{\partial \mathbf{n}_l(u_l, l_l)}{\partial l_l} \delta \right\} \quad (3)$$

式中 $\mathbf{R}_l$, $\mathbf{n}_l$ 分别为小轮理论齿面位矢、法矢; $\mathbf{R}_{lr}$, $\mathbf{n}_{lr}$ 分别为小轮修形齿面位矢、法矢; δ 为修形量; u_l, l_l 分别为理论齿面参数。

修形曲面 $\delta(x, y)$ 为旋转投影面上数据, 求解修形齿面法矢时用到修形曲面沿齿面参数方向切矢, 计算过程如下:

$$\frac{\partial \delta(u_l, l_l)}{\partial u_l} = \frac{\partial \delta'(x, y)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial u_l} + \frac{\partial \delta'(x, y)}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial u_l} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \delta(u_l, l_l)}{\partial l_l} = \frac{\partial \delta'(x, y)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial l_l} + \frac{\partial \delta'(x, y)}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial l_l} \quad (5)$$

将式(1)、式(2)、式(5)代入式(3)可求得修形齿面法矢。

2 斜齿轮 LTCA 模型

齿轮 LTCA 技术是将 TCA 与有限元法结合起来, 在齿面准确的几何分析基础上, 将齿轮副受力接触转化为求解齿面有限个离散接触点的力学平衡问题, 通过改进的复合形方法求解非线性方程组得到加载后齿轮副瞬时接触线上离散点的载荷和变形大小。具体数学模型(瞬时有 2 对齿接触)如图 2 所示。在载荷作用下, 轮齿发生弹性变形, 设小轮固定, 大轮在载荷 P 作用下沿法向运动 Z 。由于齿面变形, 两齿面由点接触扩展成面接触, 忽略瞬时接触椭圆接触区的宽度, 因此认为是沿瞬时接触椭圆长轴发生线接触。齿面接触可由下式描述:

$$\begin{cases} \mathbf{F}_k \mathbf{p}_k + \mathbf{w}_k = \mathbf{Z} + \mathbf{d}_k & (k = \text{I}, \text{II}) \\ \sum_{j=1}^n p_{j\text{I}} + \sum_{j=1}^n p_{j\text{II}} = P \\ d_{jk} = 0, (p_{jk} > 0) \text{ 或 } d_{jk} > 0, (p_{jk} = 0) \end{cases} \quad (6)$$

式中 p_{jk} ($j=1, 2, \dots, n$) 为齿对 k 的瞬时接触椭圆长轴离散点 j 处的法向载荷; $\mathbf{p}_k$ 为 p_{jk} 所组成的向量; d_{jk} ($j=1, 2, \dots, n$) 为齿对 k 的瞬时接触椭圆长轴离散点 j 处变形后的齿面间隙, $\mathbf{d}_k$ 为 d_{jk} 所组成的向量; $\mathbf{Z}$ 为轮齿的法向位移向量; $\mathbf{F}_k$ 为齿对 k 的法向柔度矩阵, 通过有限元法得到; $\mathbf{w}_k$ 为齿对初始间隙向量, $\mathbf{F}, \mathbf{W}$ 为 $\mathbf{F}_k, \mathbf{W}_k$ 组成的向量由 TCA 得到。

式(6)中第 1 式为变形后位移协调方程, 第 2 式为力平衡条件, 第 3 式为非嵌入条件, 是由已知参数 $\mathbf{F}, P, \mathbf{W}$ 和未知参数 $\mathbf{p}, \mathbf{Z}, \mathbf{d}$ 组成的一个非线

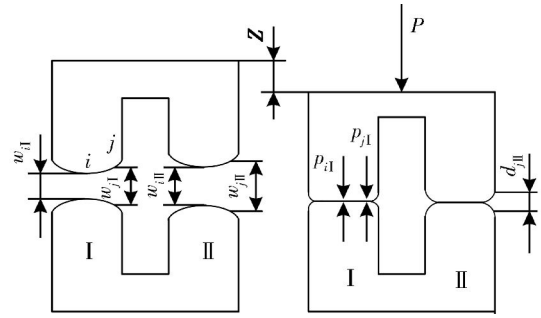


图 2 LTCA 计算模型

Fig. 2 Calculation model of LTCA

性规划, 用一种改进的正规形方法可以解出。由此得到轮齿变形后的法向位移 Z , 将其转化为啮合线上的位移, 用转角形式表示, 即一个啮合周期的承载传动误差为

$$\mathbf{T}_e = 3600 Z R_{b2} / \cos \beta \quad (7)$$

式中 R_{b2}, β 分别为被动大轮基圆半径和螺旋角。

3 优化模型

齿轮的振动可以用承载传动误差 $\mathbf{T}_e$ 来描述, 在齿轮传动中, 当 $\mathbf{T}_e$ 恒定时, 齿轮就没有产生振动。修形的目标就是设法将运转中 $\mathbf{T}_e$ 的变化量控制在最小的范围内即, 单载荷下传动误差幅值

$$\Delta T_e(y_i) = \max(\mathbf{T}_e) - \min(\mathbf{T}_e) \quad i = 1, \dots, n \quad (8)$$

齿轮副通常是在多工况下工作, 为此目标函数表示为某一载荷范围内的传动误差幅值波动最小

$$\begin{cases} F(y_i) = \min \left[\omega \frac{\Delta T_{e1}(y_i)}{\Delta T_{e1}^0} + (1 - \omega) \frac{\Delta T_{e2}(y_i)}{\Delta T_{e2}^0} \right] \\ Q_{\min} \leq y_1, y_3 \leq Q_{\max} \\ I_{\min} \leq y_2, y_4 \leq I_{\max} \\ |y_1 - y_3| \leq Q_y \\ |y_2 - y_4| \leq I_y (\text{齿廓修形}) \end{cases} \quad (9)$$

式中 y_i 为优化变量见图 1, i 为优化变量个数; $I_{\min}, I_{\max}$ 分别为最小、最大修形长度范围; $Q_{\min}, Q_{\max}$ 分别为最小、最大修形量; Q_y 为约束修形量的常数; I_y 为约束齿顶、齿根修形长度的常数; $\Delta T_{e1}, \Delta T_{e2}$ 分别为载荷 1、载荷 2 下的传动误差幅值, $\Delta T_{e1}^0, \Delta T_{e2}^0$ 分别为载荷 1、载荷 2 工况下, 不修形时的传动误差幅值; ω 为载荷 1 权重系数。

承载传动误差优化过程是一个非线性接触问题的优化过程, 即通过齿面状态的变化, 改变齿面接触状况, 不断地求解 TCA、LTCA 的一个迭代

过程. 优化变量为齿轮副修形曲线参数; 优化目标函数为齿轮副 LTCA 求解结果, 两者之间没有直接联系, 在实际中不能建立由优化变量到目标函数的解析表达式, 而且在优化解空间内存在多个局部最优解, 因此传统的优化算法在此并不适用. 遗传算法^[15]是模拟生物在自然环境中的遗传和进化过程而形成的一种自适应全局优化概率搜索算法, 它通过对种群的繁衍和优化, 将问题的最优解收敛到一群最适应环境的个体上, 为复杂系统的优化提供了一种方法. 标准的遗传算法包括编码、初始种群生成、适应度评估和检测、选择、交叉和变异, 这里不做详细介绍. 优化流程如图 3 所示.

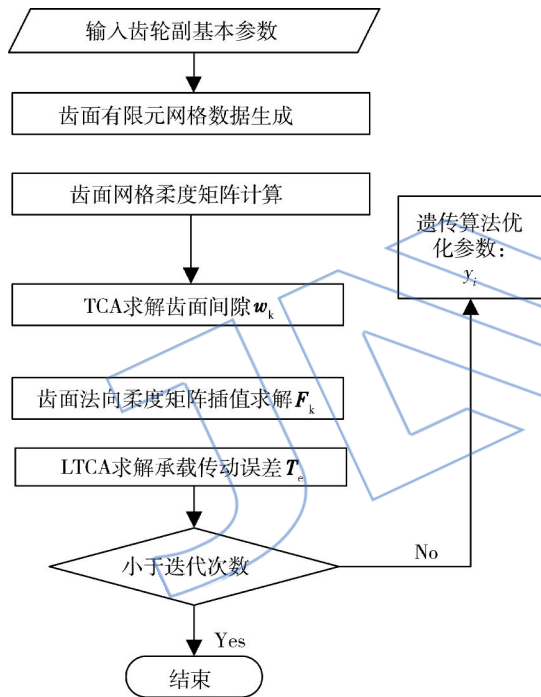


图 3 承载传动误差优化流程

Fig. 3 Optimal design flow chart of loaded transmission errors

4 算例与分析

以表 1 标准安装齿轮副为例, 500 N · m 载荷权重为 0.4. 遗传算法中交叉概率取 0.9, 种群大小为 20, 进化代数数为 2, 迭代次数为共计 60, 优化时间约为 5 min. 表 2 为优化参数取值范围. 表 3 为优化后的曲线参数. 图 4 可以看出: 齿廓、齿向和三维修形后齿面承载传动误差幅值分别降低了 49%, 42% 和 47%. 图 5 多载荷传动误差幅值表

表 1 斜齿齿轮副参数

Table 1 Parameters of helical gears pair

参数	小轮	大轮
齿数 z_1, z_2	17	44
模数 m_n/mm	6	6
压力角 $\alpha_n/(\text{°})$	20	20
螺旋角 $\beta/(\text{°})$	24.43	24.43
齿宽 ω/mm	92	92
额定扭矩 $T/\text{N} \cdot \text{m}$	800	
载荷 $\text{N} \cdot \text{m}$	500~1000	

表 2 齿轮修形参数优化的取值范围

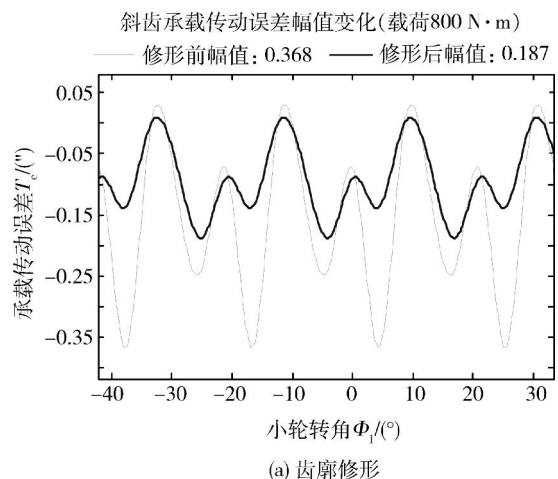
Table 2 Ranges of optimization of gear modified parameters

参数	齿廓		齿向	
	上界	下界	上界	下界
$y_1/\mu\text{m}$	20	10	15	5
y_2/mm	3	2	80	60
$y_3/\mu\text{m}$	20	10	15	5
y_4/mm	3	2		

表 3 小轮修形曲线参数优化结果

Table 3 Results of optimization parameter of small gear modified curve

参数	齿廓	齿向	三维修形	
			齿廓	齿向
$y_1/\mu\text{m}$	16.8	10	13	6
y_2/mm	2.62	75	2.17	78
$y_3/\mu\text{m}$	13.5	8	11	6
y_4/mm	2.68		2.2	
抛物线次数	2	4	4	4



(a) 齿廓修形

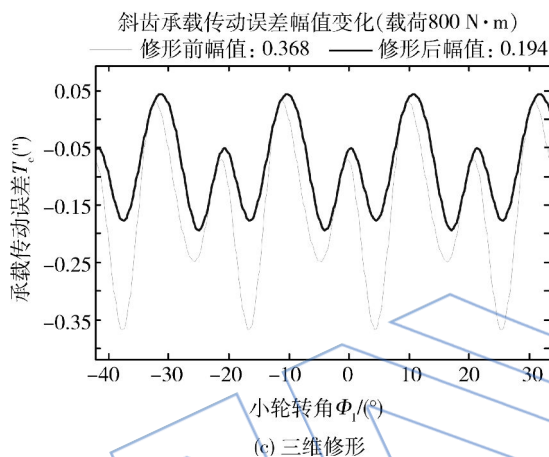
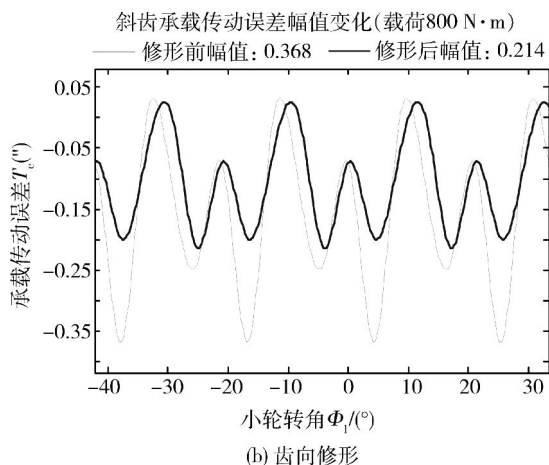


图 4 承载传动误差优化结果
Fig. 4 Result of optimal design of loaded transmission errors

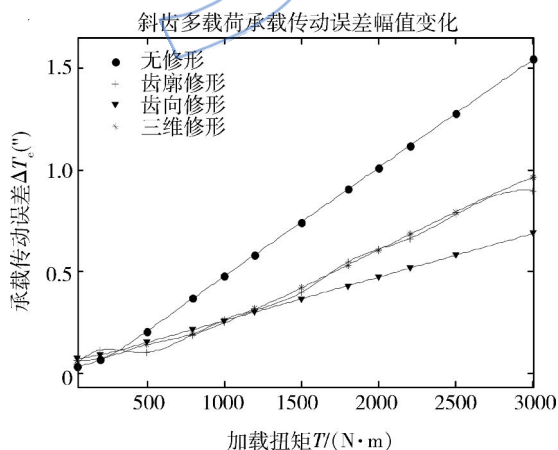


图 5 优化后的多载荷传动误差
Fig. 5 Multi-loaded transmission errors after optimizing

明了:小载荷下修形后的承载传动误差优化力度不是很明显,齿廓修形后多载荷承载传动误差幅值下降力度相对三维、齿向修形较明显.图 6 为 3 次 B 样条拟合的优化后的三维修形曲面,单独的

齿廓、齿向修形曲面为二次柱面,没有给出优化后的曲面.图 7 可以看出:齿向修形后产生齿顶边缘接触且几何传动误差较大,空载时重合度降低(见图 7(c),图 7(d));三维修形后,边缘接触是可

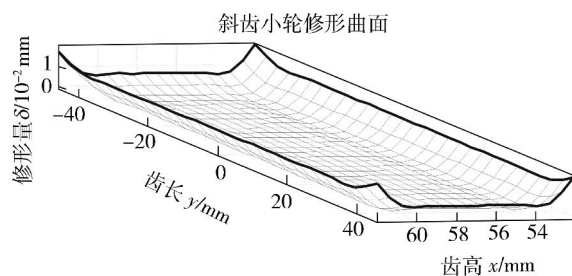
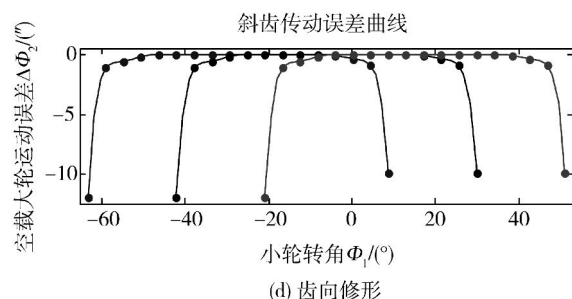
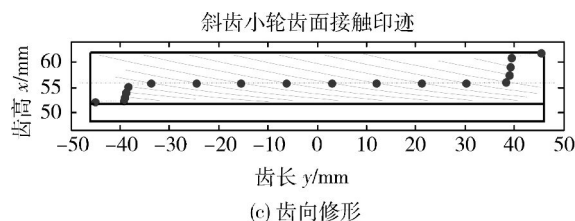
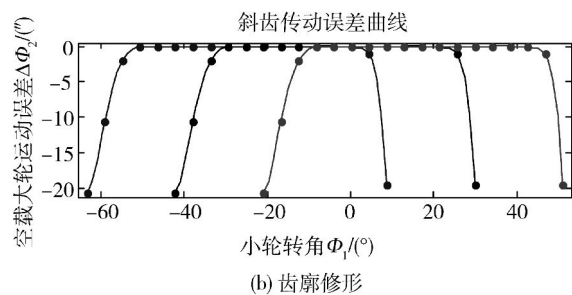
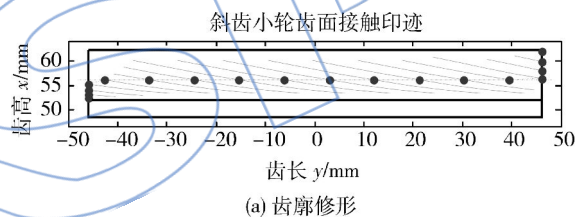


图 6 优化后的小轮三维修形曲面
Fig. 6 Three-dimensional modified curved surfaces of small gear after optimizing



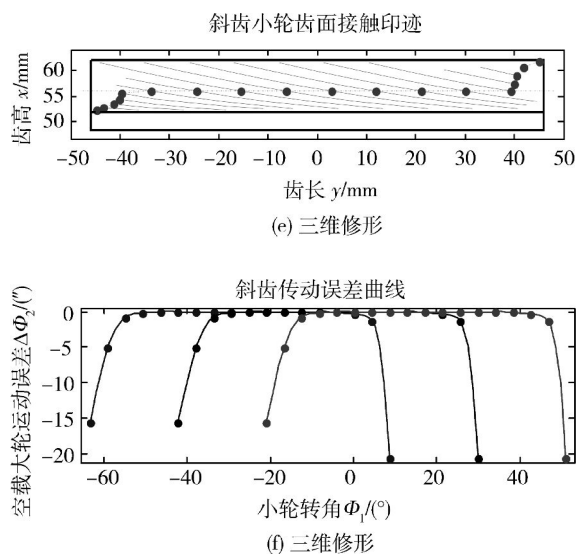


图7 优化后的齿面接触印迹及空载传动误差

Fig. 7 Tooth face contact print and transmission errors of empty load after optimizing

以避免的,传动较平稳(见图7(e),图7(f)).

5 结论

1) 通过两段抛物线和一段直线设计了修形曲线,确定了修形曲面,与理论齿面叠加构造了修形齿面,推导了修形齿面的法矢,将齿轮修形与LTCA结合起来,应用遗传算法精确地确定了齿轮修形参数,结果表明:优化设计的修形参数能大幅度减小传动误差波动。

2) 修形后传动误差幅值波动与斜齿重合度有很大关系.不修形时,重合度基本不变,承载传动误差幅值随载荷增加而增大;修形后,重合度随载荷的增加而增大,然后基本保持不变.而承载传动误差幅值则随重合度的增加产生波动,当重合度不变时,随载荷增加不断增大,但增大幅度减小;在载荷较小时优化结果不是很明显。

3) 无安装误差时,齿向、三维优化后,不修形段长度较大,三维修形后无边缘接触。

文中所讨论的方法可用于各种齿轮的修形优化设计及TCA、LTCA仿真计算.修形曲线采用抛物线修形,也可为直线,具体修形效果与齿轮副参数、工况有关,不可一概而论.如何在有限的迭代次数(约为50次)内找出全局最优值,是提高程序计算效率的关键,还有待进一步对优化算法进行研究。

参考文献:

[1] 袁野. 齿轮噪声与齿轮修形[J]. 机械研究与应用, 2006, 19

(5):7-8.

YUAN Ye. The study of gear yawps and gear profiling [J]. Mechanical Research and Application, 2006, 19(5):7-8. (in Chinese)

[2] QI Fan. Computerized design of new type spur, helical, spiral bevel and hypoid gear drives[D]. Chicago: University of Illinois at Chicago, 2002.

[3] Litvin F L. Design, generation and stress analysis of face gear drive with helical pinion[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2005, 194(36/37/38): 3870-3901.

[4] Litvin F L. Modified involute helical gears computerized design, simulation of meshing and stress analysis[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2003, 192(33/34):3619-3655.

[5] Litvin F L, QI Fan. Computerized generation and simulation of meshing of modified spur and helical gears manufactured by shaving [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2001, 190(39):5037-5056.

[6] Fuentes A, Nagamoto H, Litvin F L, et al. Computerized design of modified helical gears finished by plunge shaving [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2010, 199(25/26/27/28):1677-1690.

[7] 方宗德. 修形斜齿轮的轮齿接触分析[J]. 航空动力学报, 1997, 12(3):247-250.

FANG Zongde. Tooth contact analysis of modification of helical gears[J]. Journal of Aerospace Power, 1997, 12(3): 247-250. (in Chinese)

[8] 方宗德, 沈允文. 斜齿轮三维修形的优化设计[J]. 机械工程学报, 1992, 28(6):57-60.

FANG Zongde, SHEN Yunwen. Optimal design of 3-D modification of helical gear[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1992, 28(6):57-60. (in Chinese)

[9] 方宗德, 杨宏斌, 邓效忠. 弧齿锥齿轮齿面优化修正及计算机仿真[J]. 航空动力学报, 2002, 17(1):140-143.

FANG Zongde, YANG Hongbin, DENG Xiaozhong. Optimal tooth surface correction of spiral bevel gears and computerized simulation [J]. Journal of Aerospace Power, 2002, 17(1):140-143. (in Chinese)

[10] 王成, 方宗德, 贾海涛, 等. 人字齿轮修形优化设计[J]. 航空动力学报, 2009, 24(6):1433-1436.

WANG Cheng, FANG Zongde, JIA Haitao, et al. Modification optimization of double helical gears [J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(6):1433-1436. (in Chinese)

[11] 赵宁, 康士朋, 郭辉, 等. 基于遗传算法的弧齿锥齿轮动态特性优化设计[J]. 航空动力学报, 2010, 25(10): 2396-2402.

ZHAO Ning, KANG Shipeng, GUO Hui, et al. Optimization design of spiral bevel gears dynamic characteristics-based on genetic algorithm[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(10):2396-2402.

[12] 唐增宝, 钟毅芳, 陈久荣. 修形齿轮的最佳修形量和修形长度的确定[J]. 华中理工大学学报, 1995, 23(2):125-128.

- TANG Zengbao, ZHONG Yifang, CHEN Jiurong. Determination of the optimum modifieative number and length for gear profile[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 1995, 23(2): 125-128.
- [13] 林腾蛟, 蒋仁科, 李润方, 等. 船用齿轮箱动态响应及抗冲击性能数值仿真[J]. 振动与冲击, 2007, 26(12): 14-20.
- LIN Tengjiao, JIANG Renke, LI Runfang. Numerical simulation of dynamic response and shock resistance of marine gearbox[J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, 26(12): 14-20. (in Chinese)
- [14] 那日萨. 三次 B 样条插值曲面及其实现[J]. 小型微型计算机系统, 1995, 16(3): 23-28.
- NA Risa. Cubic spline interpolation surface and its realization[J]. Mini-Micro Systems, 1995, 16(3): 23-28. (in Chinese)
- [15] 李敏强, 寇纪淞, 林丹. 遗传算法的基本理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2002.